

GRAVITÁCIÓS SUGÁRZÁS

A kettős rendszerek tagjainak forgása és a pálya excentricitása a rendszer mozgásának leírásán túl a kisugárzott gravitációs hullámok jellemzőire is jelentős hatással van. Ezeket a hullámokat két független polarizációs állapottal jellemezhetjük. Egymás felé spirálozó kettősöket vizsgáltunk, és kötött pályák esetén megadtuk a kialakuló gravitációs hullámok polarizációs állapotait a poszt-newtoni formalizmus keretein belül. Eredményeink abban az általános esetben érvényesek, amikor a testek tömege és forgásuk összemérhető nagyságú. A spinhatásokat, a szögváltozók fejlődését, valamint a polarizációs állapotokhoz adódó magasabb rendű járulékokat 1.5 PN rendben tekintettük, ami a kettős rendszer mozgásának és a sugárzás teljes, 1.5 PN rendű leírását tette lehetővé. A körpályára és a próbatest esetre vonatkozó eredmények egyszerű határeseteként adódnak. (Majár, Vasúth)

A témából írt és 2007-ben benyújtott PhD doktori értekezését Majár János sikeresen megvédte cum laude minősítéssel.

Vizsgáltuk az összeolvadó fekete lyuk kettősök által kisugárzott gravitációs hullám és elektromágneses hullámjelek detektálhatóságát. Egy újszerű számítási eljárást fejlesztettünk ki, amivel hatékonyan számolható az, hogy a LISA gravitációs hullámdetektor mennyire pontosan fogja tudni meghatározni a forrás égi pozícióját. Kiderült, hogy a tömegektől, pályaorientációtól és spinektől függően, az összeolvadás előtt már napokkal-hetekkel kisebb lesz a bizonytalanság, mint egy tipikus széles-látószögű távcső látómezeje. Ez lehetővé teszi a gravitációs hullámokkal egyidejű elektromágneses jelek keresését. Ha sikerül egy fekete lyuk inspirál eseménynek egyidejűleg detektálni a gravitációs hullám és elektromágneses jelét, akkor pontos információt nyernénk az univerzum kozmológiájáról, a fekete lyukak gázakkréciójáról, és a csillagászat számára fontos és kevésbé ismert Eddington arányról. Ezenkívül megmutattuk, hogy a gravitációs hullámoknak megfelelő gravitonok lehetséges kicsiny tömegére is pontos mérési korlátot kaphatunk. Szupermasszív fekete lyuk kettősökre találtunk egy olyan lehetséges mechanizmust, ami képes számottevő elektromágneses sugárzást is létrehozni. A gravitációs hullámok a körülvevő gázban nyírási feszültséget hoz létre, ami a gáz melegeedéséhez és az akkréciós tányér fényesedéséhez vezet. Kiszámoltuk az összeolvadáshoz tartozó karakterisztikus elektromágneses fénygörbét és spektrumot. A gravitációs hullámok elektromágneses megfelelőinek más aspektusait is vizsgáltuk: a szupermasszív fekete lyukat megközelítő fehér törpe esetét. A fehér törpék elegendően kicsik ahhoz, hogy az árapályerők a LISA-val mérhető fekete lyukak horizontján kívül szakítják szét, ami megfigyelhető elektromágneses megfelelőhöz vezet. A földi gravitációs hullám detektorok LIGO, VIRGO, GEO csak a néhány naptömegű fekete lyukak inspirálját detektálhatják. A korábbiakban az irodalomban csak a kör alakú inspirál esetét tekintették. Megvizsgáltuk a galaxis középpontjának közelében bekövetkező gravitációs hullám befogás lehetőségét. Ez a folyamat néhány percig-óraig tart és nagy excentricitású pályákhoz vezet. Kiszámoltuk a gravitációs hullámok spektrumát és detektálhatóságát. Kiderült, hogy az eseményráta az Advanced LIGO és VIRGO esetén számottevő, várhatóan akár több tucat évente. (Forgács, Frei, Majár, Mikóczi, Kocsis, Vasúth)

Kompakt kettős rendszerekre vonatkozó vizsgálatainkat kiterjesztettük nyílt, hiperbolikus pályákon mozgó kettősök által kisugárzott gravitációs hullámok leírására. Ekkor a rendszer „felvillanás” típusú hullámjeleket sugároz. Kidolgoztunk egy általánosított valódi anomália paraméterezést, amely mind kötött, mind nyílt pályák esetén használható. A poszt-newtoni közelítés 1 rendjéig meghatároztuk a kettős rendszer időbeli fejlődését leíró radiális és szögegyenletek megoldásait, valamint a kisugárzott hullámalakokat, figyelembe véve a rendszer magasabb multipólusait is. Expliciten megadtuk az 1PN

rendű hullámformákat az idő függvényében. (Majár, Forgács, Vasúth).

Tanulmányoztuk az elliptikus pályán keringő kompakt kettősök gravitációs sugárzást. Meghatároztuk az excentricitás-függő jelalakot, majd azok polarizációs állapotainak időfüggését is. Összeolvadó szupermasszív feketelyuk kettősökre kiszámítottuk a mérhető jel/zaj viszony értékeit. A Fisher-analízis segítségével megbecsültük a kettősrendszer paramétereinek relatív hibáit.

Kimutattuk, hogy a pálya kezdő excentricitásától lényegesen függenek a paraméterek relatív hibái. Statisztikai módszereket alkalmazva számítottuk ki a hullámformában található paraméterek hibaeloszlását. Sikertett tetszőleges kezdeti excentricitásra a gravitációs jelalakot analitikus alakban megadnunk. (Forgács, Kocsis, Mikóczi, Vasúth).

Vizsgáltuk a kompakt kettős rendszerek pályafejlődésének vezetőrendű relativisztikus korrekciójának és a spin-pálya kölcsönhatásnak a szögmozgását. Származtatattuk a kettős teljes impulzusmomentumához rögzített inerciális koordináta-rendszerében a szögegyenleteket, illetve megadtuk a kettős rendszer gravitációs sugárzás által okozott impulzusvesztést (Keresztes, Mikóczi, Gergely, Vasúth).

Az elliptikus pályán keringő kompakt kettős rendszerek által gravitációs hullámok energiát és impulzusmomentumot szállítanak el a kettős rendszer keringése folyamán, amely a befelé spiráló mozgásért felelős és a pályaelemek csökkenése miatt, a pálya körösödését (cirkularizálódását) eredményezi. Így általában a kettős rendszerek által keltett gravitációs hullám jelalakjában elhanyagolják az elliptikus pálya jellemzőjét, az excentricitást. A legújabb asztrofizikai elméletek szerint, a kötött mozgás cirkularizációja nem minden esetben megy végbe, maradhat excentricitás a bespirálzási korszak végén, amely fontossá teszi az elliptikus pályák által okozott gravitációs jelalakok vizsgálatát.

Származtatattuk Einstein kvadrupól-formulájából az excentricitás-függő hullám jelalakot, majd az égi mechanikában használatos Fourier-Bessel sorfejtés segítségével meghatároztuk az időfüggését a jelalakok polarizációs állapotainak. A vezetőrendű sugárzás eredményeképpen a pályaelemek adiabatikusan lassan változnak, ezáltal a stacionárius fázis-közelítés segítségével kiszámoltuk a polarizációs állapotok Fourier-transzformáltjait. Meghatároztuk összeolvadó szupermasszív feketelyuk kettősökre a mérhető jel/zaj viszony értékeit és a Fisher-analízis segítségével kiszámoltuk a LISA detektor esetén a kettős geometriai paramétereinek relatív hibáit.

Kimutattuk, hogy a pálya kezdő excentricitásától lényegesen függ az interferometrikus detektorok által mérhető jel paraméterek relatív hibái. A paraméterbecslést a szupermasszív fekete lyuk kettősök a végső stabil (*LSO- Last Stable Orbit*) pályájának elérése előtt 1-éves keringési időre alkalmazzuk (a jelalakban lévő minden egyes harmonikusra). Az éggömbön véletlenszerűen elhelyezkedő 10^4 kettőst vizsgáltunk különböző tömegarányokra és kezdeti excentricitásokra, melyekre statisztikai módszerekkel megmutattuk a hullámformában található paraméterek hibaeloszlását. A stacionárius fázis-közelítéssel kapott frekvenciátér helyett a Fisher-analízisben fellépő integrálokat „excentricitástérben” értékeltük ki. Így tetszőleges kezdeti excentricitásra a gravitációs jel analitikus alakban vált használhatóvá, amely pontosabb mint az irodalomban használt excentricitás szerinti sorfejtéssel megadott jelalak (Mikóczi, Forgács, Vasúth, Kocsis).

Megvizsgáltuk az extrém kezdeti excentricitású szupermasszív fekete lyuk kettősök pályafejlődését az első relativisztikus korrekció, az ún. *perihélium precesszió* figyelembevételével. Megadtuk a precessziót tartalmazó vezetőrendű gravitációs sugárzás polarizációs állapotait. Kiderült, hogy a precesszió jelenléte a gravitációs hullámok frekvenciáját (egyben fázisát is) háromfelé „hasítja”. Így a paraméterbecslési eljárásban használatos integrálok (jel/zaj viszony és Fisher-mátrix) számolását kiterjesztettük ezen háromféle frekvencia szerinti kiértékelésre. Az eredmények alapján elmondható, hogy a precesszió lényegesen megváltoztathatja a hullámformában lévő fizikai paraméterek hibáit, konkrétan nagy tömegű fekete lyukakra ($10^7 M_\odot$ - $10^7 M_\odot$ kettősre) a *luminozitási távolság* és a *chirp tömeg* paraméterek hibái javulnak, vagyis jobban mérhetők a detektor által. Eredményeinket a LISA

detektor 2011 előtti állapotára adtuk meg, melyben két független detektor konfiguráció szerepelt. A NASA jelenlegi álláspontja szerint a jövőben csak egy konfigurációt (*single detektor*) kíván feljuttatni az űrbe a gravitációs hullámok mérésére, így megvizsgáltuk az egy-detektoros LISA-ra vonatkozó feltevéssel, hogyan módosulnak a két-detektoros paraméterbecsléseink. A számolásaink megmutatták, hogy vannak olyan szupermasszív tömegű fekete lyuk kettősök, ahol a precesszióval módosított hullámforma javíthatja a két-detektoros standard paraméterek hibabecslését (Mikóczi, Forgács, Vasúth, Kocsis).

Tanulmányoztuk a klasszikus kéttest-probléma égi mechanikában egy nem széles körben használt perturbációs formalizmusát, melyben *kvaterniók* segítségével származtatható a mozgásegyenletet. Ez a formalizmus a kéttest-probléma regularizációjánál használt ún. *Kustaanheimo-Sitefel-transzformációra* épül. A kvaternió-algebra használatával megadtuk a perturbációk szempontjából a gravitációs sugárzási visszahatás valamint az egyes testek forgását tartalmazó *spin-pálya*, illetve *spin-spin* kölcsönhatásokra vonatkozó mennyiségeket (Forgács, Nemes Frigyes, Mikóczi).

Mikóczi Balázs a fenti témákban készült PhD dolgozatát (Kompakt kettős rendszerek poszt-newtoni fejlődése) 2011 májusban summa cum laude minősítéssel megvédte.

Rámutattunk egy újfajta mechanizmusra, ami a földi interferometrikus detektorokkal észlelhető (pl. LIGO, VIRGO) gravitációshullám jelet produkál. Amennyiben a galaxismagokban levő naptömegű fekete lyukak és neutroncsillagok elegendően közel haladnak el egymás mellett, kötött excentrikus kettős jöhet létre. Az első közelhaladást követő excentrikus megközelítések rövid gravitációshullám felvillanásokat („burst”-öket) generálnak. A sajátos szélessávú jelalak alkalmassá teszi a nagyobb ún. középestömegű fekete lyukak földi detektorokkal való észlelését is, ami a korábbiakban várt jelekre (pl. köralakú bespirálozás) nem lehetséges. A galaxismagban levő dinamikai relaxáció modellezésével megmutattuk, hogy ezen jelek gyakorisága összemérhető az összes többi LIGO-VIRGO forrásával. (O’Leary, Kocsis, Loeb)

Megmutattuk, hogy a Tejút közepén levő masszív csillagok görbült, lapos korongokba tömörülése összhangban van avval az elméleti várakozással, hogy a galaxismagban levő csillagok eloszlásának várható véletlen anizotrópiája elegendő forgatónyomatékokat gyakorol egy kezdeti lapos korongra, hogy azt meggörbítse. Ezen effektus miatt a nehezebb objektumok a térben laposabb konfigurációkba szegregálódnak, ami tovább növeli a gravitációshullám befogódási események gyakoriságát. (Kocsis, Treimaine)

Megvizsgáltuk egy gázkorong dinamikai hatását a várható gravitációshullám jelre. Eredményeink szerint a gázkorongban keltett spirálhullámok a fekete lyukak vándorlásához vezet, ami lecsökkenti a várt sztochasztikus háttérrel, azonban, az egyenként azonosítható tipikusan szuper nagy tömegű forrásokat nem befolyásolja. Megmutattuk, hogy az aktív galaxismagok változékonyság statisztikájának szisztematikus felmérésével közvetetten megfigyelhető eredményt kaphatunk ezen gravitációshullám forrásokra vonatkozóan (Haiman, Kocsis, Menou).

Megvizsgáltuk, a gázkorongoknak a naptömegű kompakt objektumokra gyakorolt hatását ha azok egy szupermasszív fekete lyuk körül keringenek. Ezek az objektumok, a tervezett LISA gravitációshullám űrdetektor számára fontos források. A gáz hatására a bespirálozás rátája megváltozik, ami megfigyelhető elektromágneses- és gravitációshullám méréssel. A nagy távolságokon keringő objektum gravitációs ereje egy lyukat söpör ki a korongból. Ahogy a bespirálozó objektum keringési sugara lecsökken, a sugárnyomás dominált gázkorongban a lyuk bezárul és a szupermasszív

fekete lyuk közelében a korong fényesen világítani kezd. A gravitációshullám fázisban megfigyelhető 10--1000 rad perturbáció felhasználható az akkréciós korongmodellben szereplő szabad paraméterek mérésére. (N. Yunes, B. Kocsis, A. Loeb, Z. Haiman)

Megvizsgáltuk két naptömegű kompakt objektum közeli elhaladása során bekövetkező gravitációs hullám befogás mechanizmusát 2.5 és 3.5 poszt-newtoni rendű mozgásegyenletek numerikus megoldásával. A jel több ezer ismételt gravitációshullám felvillanásból áll, ami a földi LIGO--VIRGO detektorokkal jól mérhető 1 Gpc távolságig. Megmutattuk, hogy a kezdeti nagyon excentrikus szakaszban, -- ahol a pericentrum távolság elegendően nagy ahhoz, hogy a poszt-newtoni kifejtés relatíve jó közelítés legyen -- a mérés jel-per-zaj aránya jelentős. Ebben a szakaszban a detektálás maximális távolsága 300--600 Mpc. Ezek a jelek szélessávúak, és egyidejűleg a LISA-val is detektálhatóak. (B. Kocsis, J. Levin)

A Tejút központi szupermasszív fekete lyuka az Sgr-A* körül keringő csillagok és kompakt objektum gravitációs sugárzása nHz frekvenciájú. Megmutattuk, hogy a forrástól néhány pc távolságra elhelyezkedő pulzárok jeleit jelentősen megváltoztatják a gravitációshullámok, ennek mérésével detektálhatóak az Sgr-A* körül keringő források. A Square Kilometer Array (SKA) műszerrel 100ns--10 μ s időzítési pontossággal mérhetőek az 1000 naptömegnyi tartományba eső ún. közepes tömegű fekete lyukak (IMBH). Az elektromágneses megfigyelésekkel ellentétben, az egyre közelebb keringő objektumok egyre jobban mérhetőek és elkülöníthetőek. Ez az újszerű mérési eljárás alkalmas a Galaxismag legbelső 1 mpc-ének feltérképezésére. (Kocsis, A. Ray, S. Portegies Zwart)

A relativisztikus értelemben lassan forgó csillagok leírására Hartle által kidolgozott formalizmus segítségével tanulmányoztuk a forgó csillagok kvadrupólus momentumát. A csillag anyagát leíró lehetséges fizikai állapotegyenletek egy nagy osztályára megmutattuk, hogy a kvadrupólus momentum mindig nagyobb, mint amilyen a megfelelő tömegű és impulzusmomentumú Kerr megoldás kvadrupólus momentuma. (Bradley, Fodor).

RÉSZECSKEFIZIKA, KVANTUMTÉRELMÉLET:

A kvantum színdinamika királis fázisátalakulását, ezen belül is a másodrendű és elsőrendű tartományt egymástól elválasztó kritikus végpont helyzetét vizsgáltuk a konsztituens kvarkokkal kiegészített lineáris szigma modell keretein belül. Sikertült meghatározni a végpont eltolódását az izospin és ritka kémiai potenciál függvényében.

Megvizsgáltuk az erősen kölcsönható anyag magas izospin sűrűség mellett megjelenő egyik lehetséges fázisát, az úgynevezett pion kondenzációs fázist, a két flavor közelítésű konsztituens kvarkmodellben. A vizsgálat során sikerült meghatároznunk azt a másodrendű felületet a három dimenziós, az izospin kémiai potenciál, a bariokémiai potenciál és a hőmérséklet által definiált térben, amely a pion kondenzált és kondenzáció nélküli fázist egymástól szeparálja.

Azt is megmutattuk, hogy a kondenzáció nem pontosan a pion tömeg értékénél kezdődik az izospin kémiai potenciál függvényében, ahogy azt az eddigi vizsgálatok mutatták, hanem ennél valamivel alacsonyabb értéken. (Herpay, Kovács).

Kovács Péter PhD doktori értekezést nyújtott be „Véges sűrűségű és hőmérsékletű, erősen kölcsönható anyag vizsgálata királis kvarkmodellben” címmel, amelyet 2008 júniusban summa cum laude minősítéssel sikeresen megvédett. A disszertáció az erős kölcsönhatás fázisszerkezetét vizsgálja közegben a kvantumszíndinamika egy effektív modelljén, a konsztituens kvarkokkal kiegészített lineáris szigma modellen keresztül.

SUGÁRZÁSI VISSZAHATÁS

A klasszikus elektrodinamikából ismert, hogy egy gyorsuló töltés sugároz és ez a sugárzás visszahat az őt létrehozó töltés mozgására. Hasonló sugárzási visszahatás – önkölcsönhatás - gravitációs hullámok kibocsátásakor, illetve - ha a részecske egy skalármezőhöz (is) csatolódik - skalárok kisugárzásakor is jelentkezik. Vizsgáltuk a görbült téridőbeli tömeges skalár kisugárzása miatt fellépő önkölcsönhatást. Fizikailag a skalármező forrását a protonokkal, magát a tömeges skalármezőt pedig pionokkal. Így, ez a klasszikus modell, közvetlenül alkalmazható gyorsuló protonok pionsugárzásának leírására. Ez az ún. görbületi pionsugárzás a nagyenergiás asztrofizikában játszik lényeges szerepet mert egy lehetséges forrása lehet a földi detektorokkal is (például ICECUBE) észlelhető nagyenergiás kozmikus neutrínó sugárzásnak.

Kutatásaink során egy pontszerű részecske, tömeges skalár önkölcsönhatást is figyelembe vevő, mozgásegyenletére kifejlesztettünk egy regularizációs eljárást általános háttér metrikában. A módszer újdonsága, hogy tisztázza a véges részek renormalizációs séma függésének és a pontszerű forrás fizikai tömegének kapcsolatát. A kapott véges mozgásegyenlet összhangban van az irodalomban található, tömegtelen skalár önkölcsönhatásra vonatkozó, eredményekkel. Véges skalár tömeg esetén a mozgásegyenletben fellépő nemlokális tagok közelítő meghatározására kidolgoztunk egy sorfejtést. Ez a nagy skalár tömegű sorfejtés tetszőleges metrika esetén alkalmazható amikor a részecske négyes gyorsulásához tartozó tömegskála kicsi a skalár tömeghez képest.

A kapott mozgásegyenlet segítségével gyorsuló protonok mozgását és a fellépő pion sugárzást vizsgáltuk erős mágneses terű neutron csillagok, ún. magnetárok környezetében. A magnetár gravitációs terét Schwarzschild illetve Kerr háttér metrikával modelleztük és figyelembe vettük a metrika hatását a magnetár elektromágneses terére is. A mozgásegyenleteket numerikusan megoldva, azt kaptuk, hogy realisztikus Schwarzschild sugár és forgási sebesség mellett a magnetár felszínéről kirepülő protonok energiája akár 40%-al is kisebb lehet a Minkowski térben kapott értékhez képest. (Forgács, Herpay, Kovács).

METASTABIL ÁLLAPOTOK, SÖTÉT ANYAG

Kifejlesztettünk egy olyan módszert, amellyel általános önkölcsönhatással rendelkező skalárelméletekben az oszcillon állapotok leírását a kis amplitúdójú határesetben egyetlen elliptikus egyenlet megoldására redukáltuk. Ezzel egy szisztematikus és a gyakorlatban is könnyen használható eljárást találtunk, amely lehetővé teszi egy többváltozós, nemlineáris hiperbolikus hullámegyenletosztály fizikailag érdekes megoldásainak előállítását. (Fodor, Forgács, Horváth, Lukács).

Kidolgoztunk egy módszert, amellyel a kis amplitúdós közelítésben analitikusan meghatározható a rezgő farok megoldás amplitúdója. Az elméleti úton nyert eredmények jól egyeznek a hosszú idejű numerikus szimulációval kapott élettartamokkal. Numerikus szimulációkat végeztünk s ezeket összehasonlítottuk az elméleti eredményekkel. (Fodor, Forgács, Horváth, Mezei).

Numerikus szimuláció segítségével megmutattuk, hogy oszcillonok akkor is kialakulnak, ha a skalármezőt egy tömeg nélküli dilaton mezőhöz csatoljuk. Analitikus módszerrel leírtuk a kis

amplitúdós skalár-dilaton oszcillonokat és azok energiaveszteségi rátáját. (Fodor, Forgács, Horváth, Mezei).

Gravitációsan kötött skalármező által létrehozott anyagsomó leírására létrehoztunk egy kis-amplitúdós kifejtést. Ennek első néhány tagja már egész jó közelítést ad fizikai szempontból érdekes nagy amplitúdós oszcillatonok magjának szerkezetére is. Megmutattuk, hogy léteznek hosszú élettartamú oszcillatonok pozitív kozmológiai konstans esetén is, amikor a téridő szükségképpen aszimptotikusan de Sitter. (Fodor, Forgács, Mezei).

Megvizsgáltuk, hogy oszcillatonok hogyan viselkednek de Sitter típusú inflációs kozmológiai modellbe beágyazva. Az oszcillatonok ekkor kicsivel gyorsabban sugároznak, de a tömegveszteség mértéke még így is exponenciálisan kicsi ha az univerzum lassan tágul. (G. Fodor, P. Forgács, M. Mezei)

Oszcillatonok tömegveszteségét meghatároztuk egy nagyon precíz, spektrál módszeren alapuló, numerikus eljárás segítségével. A kapott eredményeket összehangban vannak a korábban kis amplitúdó feltevésével kapott analitikus eredményeinkkel. (P. Grandclément, G. Fodor, P. Forgács)

Tanulmányoztuk, hogy a kozmológiai konstans hogyan befolyásolja a gömbszimmetrikus csillagok és a téridő szerkezetét. Tökéletes folyadék megoldásokat konstruáltunk, melyek úgy értelmezhetők, mint gömbszimmetrikus vákuum tartományok folyadékkal töltött de Sitter téridőben. Ezen kívül, zárt, nemhomogén anyagot is tartalmazó kozmológiai modelleknek megfelelő egzakt megoldásokat is találtunk, valamint realisztikus állapotegyenletek mellett numerikus módszerekkel is vizsgáltuk a téridő lehetséges szerkezetét (Böhmer, Fodor).

Egydimenziós skalárelméletekben megvizsgáltuk az ún. kink megoldásoknak a sugárzással való kölcsönhatását. Megmutattuk, hogy a kinkre a sugárzás forrása felé mutató erő hat, a fellépő sugárzási nyomás negatív. Megvizsgáltuk a síkhullám szóródását a kétdimenziós Goldstone–modell vortexén és az impulzusmérleg segítségével megadtuk a vortexre ható erőt. Az elmélet tömeges módusának a szórásakor ismét a sugárzás forrása felé ható erő lép fel, a vortexre ható sugárzási nyomás is lehet negatív. (Forgács, Lukács, Romanczukiewicz).

Megvizsgáltuk az SU (2)–szimmetrikus kiterjesztett ábeli Higgs–modell ún. csavarthúr–megoldásainak stabilitását. A kapott eredmény szerint ezek a megoldások instabilak. A numerikus megoldáson kívül megadtuk a csavart húroknak a beágyazott ANO–húrokkal való bifurkációjának egy szemianalitikus megoldását (Forgács, Lukács).

Lukács Árpád PhD doktori értekezését summa cum laude minősítéssel védte meg 2010 decemberében.

KVANTUMGRAVITÁCIÓ:

Az Einstein elmélet kovariáns, nem perturbatív kvantálására az ún. Ashtekar változók segítségével nyílt komoly remény. E témában Helesfai Gábor végzett ígéretes munkát. Kidolgozta a gravitációhoz csatolt tömeges vektor mezők kanonikus kvantálását, valamint a spontán szimmetriasértéssel tömeget kapott vektormező kvantálását. Sikerült a tömegoperátort definiálnia és annak sajátértékeit meghatározni a spontán szimmetria sértés során.

Helesfai Gábor a fenti témából írt PhD doktori értekezését 2009-ben summa cum laude minősítéssel megvédte.